



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی

(دوره‌های کارشناسی ارشد)

سال ۱۳۹۳

آزمون ۱۰۰ درصد اول

دفترچه حل تشریحی

مجموعه مهندسی کامپیوتر

کد (۱۲۷۷)

- ۱- گزینه ۱ درست است.
۲- گزینه ۲ درست است.
۳- گزینه ۴ درست است.
۴- گزینه ۲ درست است.
۵- گزینه ۲ درست است.
۱۶- گزینه ۲ درست است.
- ۶- گزینه ۲ درست است.
۷- گزینه ۱ درست است.
۸- گزینه ۲ درست است.
۹- گزینه ۲ درست است.
۱۰- گزینه ۱ درست است.
- ۱۱- گزینه ۲ درست است.
۱۲- گزینه ۱ درست است.
۱۳- گزینه ۳ درست است.
۱۴- گزینه ۳ درست است.
۱۵- گزینه ۲ درست است.

در این جا این عبارت به این معنی است که DSDM به خاطر نیاز به "industry standard project delivery framework" رشد کرد.

۱۷- گزینه ۳ درست است.

با توجه به خطوط دوم الی چهار از پاراگراف اول گزینه سه صحیح است.

۱۸- گزینه ۱ درست است.

با توجه به جمله آخر پاراگراف سوم گزینه ۱ صحیح است. در گزینه ۳ عبارت "primary criteria for" جا مانده است و بدون این عبارت پاسخ صحیح نیست.

۱۹- گزینه ۴ درست است.

با توجه به جمله آخر پاراگراف چهارم گزینه ۴ صحیح است.

۲۰- گزینه ۴ درست است.

با توجه به موضوع متن گزینه ۴ مناسبترین گزینه است.

۲۱- گزینه ۱ درست است.

با توجه به پاراگراف اول کدهای ماشینی ترجمه دستورالعملها است. لذا صحیح است.

۲۲- گزینه ۳ درست است.

"This" در پاراگراف دو به جمله آخر پاراگراف اول برمیگردد که در آن "variable length instructions" معرفی شده است.

۲۳- گزینه ۲ درست است.

طول دستورالعملهای "Fixed length" می تواند بین ۱ تا ۶ بایت باشد، لذا همه آنها با هم یک طول ندارند بلکه آنهایی که در یک برنامه هستند یک طول دارند، لذا گزینه ۲ اشتباه است.

۲۴- گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱ و ۲ مزایای این روش نیستند. در گزینه سه نیز تنها کلمات مشابه متن استفاده شده است. اما معنی آن اشتباه است. گزینه چهار با توجه به پاراگراف پنج صحیح می باشد.

۲۵- گزینه ۴ درست است.

با توجه به موضوع متن گزینه ۴ بهترین گزینه می باشد.

۲۶- گزینه ۲ درست است.

با توجه به توضیحات پاراگراف اول گزینه ۲ صحیح است.

۲۷- گزینه ۳ درست است.

با توجه به پاراگرافهای دوم و سوم گزینه سه اشتباه است. گزینههای ۱، ۲ و ۴ یکسان بوده و هر سه صحیح اند.

۲۸- گزینه ۱ درست است.

با توجه به پاراگراف سوم گزینه ۱ صحیح است.

۲۹- گزینه ۳ درست است.

با توجه به توضیحات پاراگرافهای چهارم و پنجم گزینه سه اشتباه است.

۳۰- گزینه ۱ درست است.

با توجه به موضوع متن گزینه یک صحیح است.

۳۱- گزینه ۳ درست است.

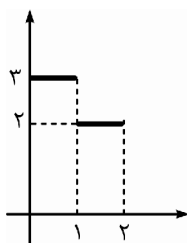
برای $0 < x < 2$ داریم:

$$\text{اگر } 0 < x < 1 \rightarrow f(x) = 2 + 1 = 3$$

$$\text{اگر } 1 < x < 2 \rightarrow f(x) = 2 + 0 = 2$$

پس هدف نوشتن سری فوریه کسینوسی تابع زیر است:

$$L = 2, \quad p = 2L = 4$$



$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{n\pi}{L} x dx = \int_0^1 3 \cos \frac{n\pi}{2} x dx + \int_1^2 2 \cos \frac{n\pi}{2} x dx = \left(\frac{6}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} x \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} x \right) \Big|_1^2 \\ &= \frac{6}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \\ a_0 &= \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx = \int_0^1 3 dx + \int_1^2 2 dx = (3x) \Big|_0^1 + (2x) \Big|_1^2 = 5 \end{aligned}$$

لذا سری فوریه کسینوسی تابع مورد نظر چنین است:

$$f(x) = \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} x$$

۳۲- گزینه ۳ درست است.

$$w = z + \frac{1}{z} \rightarrow \begin{cases} u = \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \theta \\ v = \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \theta \end{cases}$$

 $|z| = 2$ یعنی $r = 2$ با این نگاشت تبدیل می شود به:

$$\begin{cases} u = \left(2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta = \frac{5}{2} \cos \theta \\ v = \left(2 - \frac{1}{2} \right) \sin \theta = \frac{3}{2} \sin \theta \end{cases} \xrightarrow{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1} \frac{u^2}{\left(\frac{5}{2} \right)^2} + \frac{v^2}{\left(\frac{3}{2} \right)^2} = 1 \rightarrow S = \pi \left(\frac{5}{2} \right) \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{15\pi}{4}$$

$$w = \sin z \rightarrow \begin{cases} u = \sin x \cosh y \\ v = \cos x \sinh y \end{cases}$$

 $y = k$ با این نگاشت تبدیل می شود به:

$$\begin{cases} u = \sin x \cosh k \\ v = \cos x \sinh k \end{cases} \xrightarrow{\cos^2 x + \sin^2 x = 1} \frac{u^2}{(\cosh k)^2} + \frac{v^2}{(\sinh k)^2} = 1 \rightarrow S = \pi \cosh k \sinh k = \frac{\pi}{2} \sinh 2k$$

ما می خواهیم:

$$\frac{15\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \sinh 2k \rightarrow \sinh 2k = \frac{15}{2} \rightarrow k = \frac{1}{2} \sinh^{-1} \left(\frac{15}{2} \right)$$

۳۳- گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم:

$$F\left(\frac{\sin x}{x}\right) = \begin{cases} \pi & |w| < 1 \\ 0 & |w| > 1 \end{cases}$$

لذا اگر از طرفین معادله و شرط مرزی داده شده تبدیل فوریه بگیریم، به دست می‌آید:

$$(iw)^r U(w, t) = \frac{\partial U}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial U}{\partial t} = -w^r U \rightarrow U = c(w) e^{-w^r t}$$

$$u(x, 0) = \frac{\sin x}{x} \rightarrow U(w, 0) = \begin{cases} \pi & |w| < 1 \\ 0 & |w| > 1 \end{cases}$$

با اعمال شرط $U(w, 0)$ در جواب به دست آمده خواهیم داشت $c(w) = U(w, 0)$ لذا:

$$U(w, t) = U(w, 0) e^{-w^r t} \rightarrow$$

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(w, 0) e^{-w^r t} e^{iwx} dw$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \pi \underbrace{e^{-w^r t}}_{\text{تابع زوج}} \left(\underbrace{\cos wx}_{\text{تابع زوج}} + i \underbrace{\sin wx}_{\text{تابع فرد}} \right) dw = \int_{-1}^1 e^{-w^r t} \cos wx dw$$

۳۴- گزینه ۱ درست است.

$$f(z) = \frac{\cot z}{z^r} = \frac{\cos z}{z^r \sin z}$$

نقاط تکین عبارتند از:

$$\begin{cases} \sin z = 0 \rightarrow z = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots \\ z^r = 0 \rightarrow z = 0 \end{cases}$$

 $z = 0$ قطب مرتبه چهارم و بقیه تکین‌های به دست آمده قطب‌های مرتبه اولند.به سادگی می‌توان دید تکین‌های داخل مرز $\left| z - \frac{\pi}{2} \right| = \pi$ عبارتند از $z = 0, \pi$.

$$\text{Res} \Big|_0 = 0 \quad (\text{زیرا } f \text{ تابعی زوج است})$$

$$\text{Res} \Big|_{\pi} = \frac{\cos z}{(z^r \sin z)'} \Big|_{\pi} = \frac{\cos z}{r z^{r-1} \sin z + z^r \cos z} \Big|_{\pi} = \frac{-1}{0 - \pi^r} = \frac{1}{\pi^r}$$

لذا داریم:

$$\text{حاصل انتگرال} = 2\pi i \left(0 + \frac{1}{\pi^r} \right) = \frac{2i}{\pi^r}$$

۳۵- گزینه ۳ درست است.

$$\sum P(x) = 1$$

یادآوری: مجموع احتمال‌ها در تابع احتمال گسسته برابر یک است.

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X=x) = 1 \rightarrow \sum_{x=0}^{\infty} ap(1-p)^{(x-1)} = 1 \rightarrow ap \sum_{x=0}^{\infty} (1-p)^{x-1} = 1$$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$\rightarrow ap \times \frac{\text{جمله اول}}{\text{قدر نسبت}} = ap \times \frac{(1-p)^{0-1}}{1-(1-p)} = 1 \rightarrow ap \times \frac{1}{p} = 1 \rightarrow \frac{a}{2} = 1 \rightarrow \boxed{a=2}$$

۳۶- گزینه ۲ درست است.

$$P(X > 1) = P(X \leq 1) \Rightarrow e^{-\frac{1}{\theta}} = 1 - e^{-\frac{1}{\theta}} \Rightarrow$$



$$e^{-\frac{1}{\theta}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow \text{Var}(X) = \theta^2 = \left[\frac{1}{\ln 2} \right]^2$$

۳۷- گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{2} e^{-|x|} dx = \int_{-\infty}^0 \frac{x^2}{2} e^x dx + \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{2} e^{-x} dx \\ &= 2 \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{2} e^{-x} dx = \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx = 2 \\ \sigma^2 &= E(X^2) - E^2(X) = 2 - 0 = 2 \end{aligned}$$

۳۸- گزینه ۱ درست است.

$$E(X) = \int_{-a}^a \frac{x}{a} \left(1 - \frac{|x|}{a} \right) dx = 0$$

دقت نمایید که تابع $\frac{x}{a} \left(1 - \frac{|x|}{a} \right)$ ، تابعی فرد می‌باشد و انتگرال تابع فرد در بازه متقارن صفر است.

۳۹- گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم در روش دوزنقه‌ای خطا از مرتبه $O(n^2)$ است، بنابراین داریم:

$$\text{درصد تغییرات خطا} = \frac{e_2 - e_1}{e_1} \times 100 = \frac{h_2^2 - h_1^2}{h_1^2} \times 100$$

$$\text{درصد تغییرات خطا} = \frac{\left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - h_1^2}{h_1^2} \times 100 = -75\%$$

۴۰- گزینه ۴ درست است.

شرط کافی جهت همگرایی روش‌های ژاکوبی و گاوس سایدل آن است که ماتریس ضرایب اکیداً غالب قطری باشد یعنی:

$$|a_{i,i}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{i,j}|$$

۴۱- گزینه ۳ درست است.

روش اویلر:

$$p_{i+1} = p_i + h p'_i \Rightarrow p_{i+1} = p_i + 1(t_i + 2p_i) = t_i + 4p_i$$

$$i = 0 \rightarrow p_1 = 2 + (4 \times 1) = 6$$

روش اویلر بهبود یافته:

$$p_{i+1} = p_i + \frac{h}{2}(p'_i + p'_{i+1})$$

$$p_{i+1} = p_i + \frac{h}{2}(t_i + 2p_i + t_{i+1} + 2p'_{i+1})$$

$$i = 0 \rightarrow p_1 = p_0 + \frac{1}{2}[2 + (2 \times 1) + 2 + (2 \times 6)]$$

$$p_1 = 14$$

بنابراین:

$$|14 - 6| = 8$$

۴۲- گزینه ۳ درست است.

خانه‌های جدول 4×4 را در چهار مرحله پر می‌کنیم ابتدا سطر اول، سپس سطر دوم، بعد سطر سوم، و در نهایت سطر چهارم. چون در هر سطر باید در دو خانه عدد ۱ قرار بگیرد پس سطر اول را به $\binom{4}{2}$ طریق می‌توانیم پر کنیم. پس از آن برای سطر دوم سه حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

(۱) تعداد ۱‌های مشترک سطر اول و دوم برابر ۲ باشد (یعنی ۱‌های سطر دوم دقیقاً زیر ۱‌های سطر اول باشند) در این حالت برای سطر دوم ۱ انتخاب داریم و پس از آن سطرهای سوم و چهارم نیز به صورت یکتا پر می‌شوند، چرا که در هر ستون نیز باید در دو خانه عدد ۱ وجود داشته باشد. بنابراین تعداد جدول‌ها در این حالت برابر $\binom{4}{2} = 6$ می‌باشد.

(۲) تعداد ۱‌های مشترک سطر اول و دوم برابر ۱ باشد در این حالت سطر دوم را به 2×2 طریق می‌توانیم پر کنیم (یعنی یکی از ۱‌های سطر دوم زیر ۱‌های سطر اول قرار گیرد و دیگری زیر ۰‌های سطر اول. پس از پر کردن سطر دوم، سطر سوم را به ۲ طریق می‌توان پر کرد. در نهایت سطر چهارم به صورت یکتا پر می‌شوند بنابراین تعداد جدول‌ها در این حالت برابر $4 \times 2 \times 1 = 8$ می‌باشد.

(۳) تعداد ۱‌های مشترک سطر اول و دوم برابر صفر باشد در این حالت برای سطر دوم ۱ انتخاب داریم و برای سطر سوم $\binom{4}{2}$ انتخاب برای سطر چهارم ۱ انتخاب بنابراین تعداد جدول‌ها در این حالت برابر $1 \times \binom{4}{2} \times \binom{4}{2} = 36$ است. بنابراین جدول را به $6 + 8 + 36 = 90$ حالت می‌توان پر نمود.

۴۳- گزینه ۴ درست است.

تعداد کلماتی که با حروف a یا c شروع می‌شوند برابر $2a_{n-1}$ و تعداد کلماتی که با حرف b شروع می‌شوند برابر 2^{n-1} است (زیرا پس از حرف b دیگر حرف a نباید ظاهر شود) بنابراین داریم $a_n = 2a_{n-1} + 2^{n-1}$

۴۴- گزینه ۴ درست است.

درست است $\forall x [p(x) \rightarrow (r(x) \vee q(x))]$ گزاره

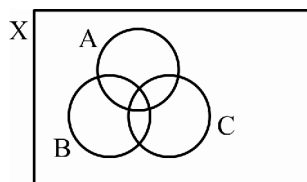
درست است $\forall x [\neg(r(x) \vee q(x)) \rightarrow \neg p(x)]$ عکس نقیض

درست است $\forall x [(r(x) \vee q(x)) \rightarrow p(x)]$ عکس

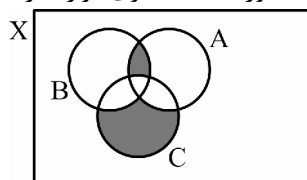
درست است $\forall x [\neg p(x) \rightarrow \neg(r(x) \vee q(x))]$ وارون

۴۵- گزینه ۱ درست است.

چنانچه بخواهیم $A \cap B \subseteq C \subseteq A \cup B$



در این صورت در هیچ یک از ناحیه‌هایی که در زیر سایه خورده باید عضوی قرار گیرد.

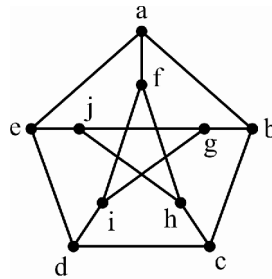


نتیجه می‌گیریم هر عضوی باید در یکی از ۶ ناحیه باقیمانده در شکل قرار گیرد. لذا برای هر عضو ۶ انتخاب وجود دارد و چون تعداد اعضا برابر ۵ است لذا 6^5 طریق می‌توانیم زیرمجموعه‌های A, B, C را با ویژگی موردنظر بسازیم.

۴۶- گزینه ۲ درست است.

عبارت I غلط است زیرا n دور همیلتونی وجود دارد نه n-1 دور.

IV غلط است زیرا عدد رنگی گراف پترسن $\lambda = 3$ است.



گراف پترسن

دروس تخصصی مشترک (ساختمان داده‌ها، نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها، مدار منطقی، معماری کامپیوتر، سیستم عامل)**۴۷- گزینه ۳ درست است.**

جدول در هم‌سازی ۷ بیتی حداکثر می‌تواند 2^7 عدد ورودی را در خود جای می‌دهد، بدون آنکه تصادفی رخ دهد. یعنی برای ۱۲۸ ورودی متمایز می‌توان h ای طراحی کرد که هر کدام از ورودی‌ها را به یک خانه جدول نگاشت کند. واضح است که ۱۲۹ امین ورودی طبق اصل لانه کبوتری باید در خانه‌ای بنشیند که قبلاً اشغال شده است.

تا $2 \times 128 = 256$ ورودی، h می‌تواند به هر خانه جدول در هم‌سازی، ۲ ورودی نگاشت کند.

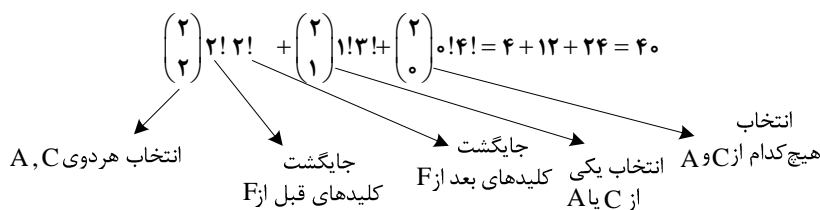
تا $3 \times 128 = 384$ ورودی، h می‌تواند به هر خانه جدول در هم‌سازی، ۳ ورودی نگاشت کند.

واضح است که برای ۱۰۰۰ ورودی h می‌تواند به هر خانه جدول در هم‌سازی، $\left\lceil \frac{1000}{128} \right\rceil = 8$ ورودی نگاشت کند. بدین معنی که برای یک ورودی ۱۰۰۰ تایی حداقل ۸ ورودی وجود دارند که h آن‌ها را به یک مقدار در هم‌سازی، نگاشت می‌کند.

۴۸- گزینه ۳ درست است.

ابتدا باید D بیاید بعد از D نیز یا باید B یا F بیاید.

اگر بلافاصله بعد از D، B بیاید بنا به حالاتی که C و A قبل از F بیایند، داریم:



DB (A, C) F (E, G)
DB (A یا C) F (A یا C, E, G)
DB () F (A, C, E, G)

به همین منوال اگر بلافاصله بعد از D، F بیاید، ۴۰ حالت خواهیم داشت. بنابراین به ازای درج ۸۰ ورودی مختلف از ۷! ورودی ممکن به یک BST تهی، به درخت داده شده خواهیم رسید.

۴۹- گزینه ۳ درست است.

از صورت مساله داریم $T(n) \geq n^{\sqrt{\log n}}$ ، یعنی کران پایین $T(n) = \Omega(n^{\sqrt{\log n}})$ است. (۱)

از طرفی $T\left(\frac{n}{4}\right) \leq T\left(\frac{n}{2}\right) \leq T\left(\frac{n}{2}\right) + n^{\sqrt{\log n}}$ ، بنابراین $U(n) = 3U\left(\frac{n}{2}\right) + n^{\sqrt{\log n}}$ کران بالای $T(n)$ است که جواب آن طبق قضیه اصلی برابر

است با $U(n) = \theta(n^{\sqrt{\log n}})$ و این بدان معنی است که $T(n) = O(n^{\sqrt{\log n}})$ است. (۲)

از (۱) و (۲) داریم: $T(n) = \theta(n^{\sqrt{\log n}})$

۵۰- گزینه ۴ درست است.

در سطح اول باید یک گره باشد.

در سطح دوم باید دو گره باشد.

در سطح سوم باید ۳ گره باشد، این گره‌ها باید در ۳ مکان از ۴

مکان ممکن قرار داده شوند. $\binom{4}{3}$

در سطح چهارم باید ۴ گره باشد، این گره‌ها باید در ۴ مکان از ۶

مکان ممکن قرار داده شوند. $\binom{6}{4}$

در سطح پنجم باید ۵ گره باشد، این گره‌ها باید در ۵ مکان از ۸

مکان ممکن قرار داده شوند: $\binom{8}{5}$

در سطح آخر باید ۵ گره باقی‌مانده در ۵ مکان از ۱۰ ممکن قرار

داده شوند: $\binom{10}{5}$

بنابراین تعداد کل درخت‌ها برابر است با:

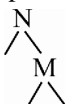
$$\text{تعداد کل درخت‌ها} = \binom{1}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{4}{3} \times \binom{6}{4} \times \binom{8}{5} \times \binom{10}{5} = ۸۴۶۷۲۰$$

۵۱- گزینه ۳ درست است.

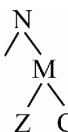
این درخت ۹ گره دارد که ۵ تایی آن‌ها برگ هستند. از طرفی $n_p = n_o - 1 = 4$. بنابراین این درخت گره درجه یک ندارد. پیمایش

postorder را از سمت راست بررسی می‌کنیم:

postorder: ALXYBZCMN

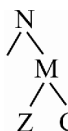


واضح است که N ریشه است و باید دو فرزند داشته باشد. پس فرزند راستش M است.



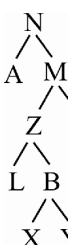
گره بعدی C است. اما C برگ است. بنابراین فقط می‌تواند فرزند راست M باشد.

Z نیز خواه ناخواه فرزند دیگر M است. Z برگ نیست. بنابراین دو فرزند دارد.



B فرزند راست Z است. اما برگ نیست. بنابراین B نیز باید دو فرزند داشته باشد.

از آن‌جا که X، Y هر دو برگ‌اند، بنابراین به ترتیب فرزندان راست و چپ B هستند.



دو گره باقی‌مانده A و L نیز باید به ترتیب فرزندان چپ Z و N باشند.

نمایش preorder درخت روبه‌رو نیز برابر است با:

preorder: NAMZLBXYC

۵۲- گزینه ۴ درست است.

A:

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

 $\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{6}$

A:

| | | |
|---------|------------|-------------|
| 1 ... k | k+1 ... 2k | 2k+1 ... 3k |
|---------|------------|-------------|

 $\frac{1}{6} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{3}{6}$

داریم: $n = 3k$ در نتیجه:

$$\begin{aligned} & \text{هزینه حالت متوسط و جستجوی خطی موفق} \\ & = \frac{1}{6}(1 + \dots + k) + \frac{2}{6}(k+1 + \dots + 2k) + \frac{3}{6}(2k+1 + \dots + 3k) \\ & = \frac{1}{6}(1 + \dots + k) + \frac{2}{6}(1 + \dots + k) + \frac{2}{6}(k + \dots + k) + \frac{3}{6}(1 + \dots + k) + \frac{3}{6}(2k + \dots + 2k) \\ & = 1 \left(\frac{k(k+1)}{2} \right) + \frac{2}{6}(k \times k) + \frac{3}{6}(k \times 2k) = \frac{11k^2 + 3k}{6} \stackrel{k=n}{=} \frac{11n^2 + 9n}{54} \end{aligned}$$

۵۳- گزینه ۲ درست است.

دقت کنید که اگر رشته w معادل عددی مانند n باشد، آنگاه w_0 معادل $2n$ و w_1 معادل $2n+1$ است. با تعمیم این قضیه، مشاهده می‌شود که ماشین تمامی مضارب ۵ را پذیرش می‌کند.

$$5 \rightarrow 101$$

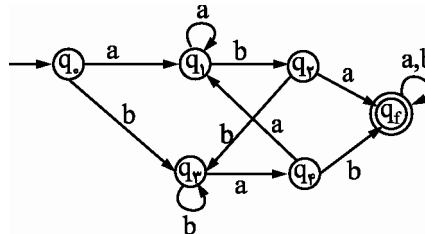
$$10 = 2 \times 5 = 1010$$

$$15 \rightarrow 1111$$

$$20 = 2 \times 10 = 10100$$

۵۴- گزینه ۴ درست است.

ماشین قطعی معادل این زبان به صورت زیر است:



۵۵- گزینه ۱ درست است.

هر دو عبارت صحیح هستند. به عنوان مثال برای این چنین زبانی، گرامر منظم زیر را در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow aA \mid aa$$

$$A \rightarrow a$$

برای رشته aa دو درخت اشتقاق می‌توان ساخت.

۵۶- گزینه ۳ درست است.

در این گرامر غیرپایانه‌های V, E مجموع تعداد a, b ها را برابر C قرار می‌دهند. دیگر غیرپایانه‌ها مسئول ساختن تمامی رشته‌هایی هستند که این برابری را از بین می‌برند.

۵۷- گزینه ۲ درست است.

در این گرامر تعدادی a و b در ابتدای رشته قرار گرفته و به ازای هر a یک غیرپایانه C و به ازای هر b یک غیرپایانه D اضافه می‌شود. در انتهای کار این غیرپایانه‌ها به انتهای رشته رفته و هریک به پایانه متناظر تبدیل می‌شوند.

۵۸- گزینه ۱ درست است.

جدول کارنوی این تابع مطابق شکل زیر است:

| cd \ ab | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 0 |

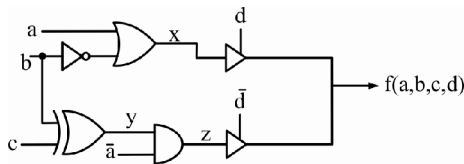
همان طور که مشاهده می شود، تابع ۵ عدد PI دارد که ۲ عدد از آن ها (با نقطه چین مشخص شده اند) EPI هستند.

۵۹- گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c) &= \left[(\bar{a} \bar{c}) \cdot (a) \right] + \left[(\bar{a} \cdot c) \cdot (b) \right] + [(\bar{a} \bar{c}) \cdot \bar{a}] + [(\bar{a} c) \cdot (b \oplus c)] \\
 &= a \bar{c} \cdot a + \bar{a} \bar{c} + \bar{a} c (b \bar{c} + \bar{b} c) \\
 &= a \bar{c} + \bar{a} \bar{c} + \bar{a} \bar{b} c \\
 &= \bar{a} \bar{b} c + \bar{a} \bar{b} \bar{c} + \bar{a} b \bar{c} + a \bar{b} \bar{c} + a b \bar{c} \\
 &= \sum m(1, 0, 2, 4, 6)
 \end{aligned}$$

۶۰- گزینه ۴ درست است.

طبق شکل مدار زیر، می توان خروجی مدار را به صورت زیر حساب کرد:



$$x = a + \bar{b}$$

$$y = b \oplus c$$

$$z = \bar{a} \cdot y = \bar{a} (b \oplus c) = \bar{a} (b \bar{c} + \bar{b} c) = \bar{a} b \bar{c} + \bar{a} \bar{b} c$$

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c, d) &= dx + \bar{d} z = d(a + \bar{b}) + \bar{d}(\bar{a} b \bar{c} + \bar{a} \bar{b} c) \\
 &= ad + \bar{b} d + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} \bar{d}
 \end{aligned}$$

۶۱- گزینه ۴ درست است.

تابع مورد نظر و طریقه دسته بندی مدنظر تابع را در جدول زیر مشاهده می کنید:

طبق این جدول هیچ مخاطره ای در پیاده سازی تابع وجود ندارد.

| cd \ ab | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |

۶۲- گزینه ۲ درست است.

طبق تعریف این فلیپ فلاپ روابط گزینه دوم صحیح هستند.

۶۳- گزینه ۳ درست است.

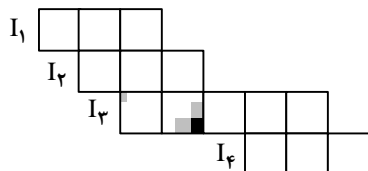
رفتار مدار را می توان به صورت زیر بررسی کرد:

| A | B | C | $D_A = B + C$ | $j_B = \bar{A}$ | $k_B = \bar{C}$ | A' | B' | $B \rightarrow B(0 \rightarrow 1)$ | C' |
|---|---|---|---------------|-----------------|-----------------|----|----|------------------------------------|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 → 1 | ✓ |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 → 1 | × |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 → 1 | × |

پس تغییرات خروجی مدار به صورت $7 \rightarrow 3 \rightarrow 0$ است.

۶۴- گزینه ۲ درست است.

شکل اجرای دستورات بدون در نظر گرفتن دستورات پرش در خط لوله به صورت زیر است:



یعنی به ازای اجرای هر دو دستور مجزا نیاز به ۴ کلاک داریم. پس ۱۰۰ دستور در ۲۰۰ کلاک اجرا می‌شوند.

حال دستورات پرش را در نظر می‌گیریم:

بعد از دستور پرش هیچ دستوری نباید تا اتمام دستور پرش وارد خط لوله شود.

الف) بدترین حالت ممکن وقتی اتفاق می‌افتد که I_1 دستور پرش باشد. یعنی از هر دو دستور مجزا، دستور اول پرش باشد. در این صورت زمان اجرا برابر خواهد بود با:

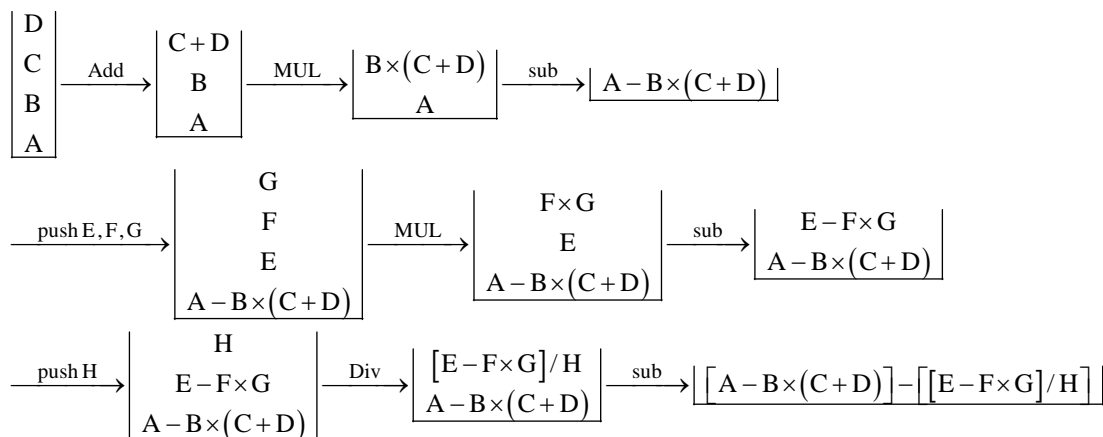
$$t_w = 200 \text{ clk} + \frac{10}{100} \times 100 \times 2 \text{ clk} = 220 \text{ clk}$$

در این حالت دستور I_2 باید صبر کند تا دستور I_1 تمام شود و سپس اجرا گردد.

ب) بهترین حالت وقتی است که I_2 دستور پرش باشد. یعنی از هر دو دستور مجزا، دستور دوم پرش باشد که در این صورت ساختار اجرای خط لوله به همان صورت بالا است:

$$t_b = 200 \text{ clk}$$

۶۵- گزینه ۴ درست است.



۶۶- گزینه ۲ درست است.

برای محاسبه تعداد کلمات در هر بلوک داریم:

$$t_{ave} = t_c + (1-h)t_m$$

$$20 \frac{\text{ns}}{\text{w}} = 10 \frac{\text{ns}}{\text{w}} + 0.1 \times 100 \frac{\text{ns}}{\text{w}} \times x \rightarrow x = 2$$

فیلد آدرس cache به صورت زیر خواهد بود.

| | | |
|-----|-----|---|
| tag | set | ۱ |
|-----|-----|---|

حال برای رسیدن به گزینه درست باید تک تک گزینه‌ها را بررسی کنیم.

اگر حجم حافظه اصلی ۲M کلمه باشد، تعداد بیت set برابر است با:

$$\frac{2M}{4 \times 2} = \frac{2^{21}}{2^2} = 2^{18} \rightarrow 18 \text{ bit set}$$

$$\text{tag} = 21 - 18 - 1 = 2 \text{ bit}$$

۶۷- گزینه ۴ درست است.

تعداد ریزدستورات مختلف برابر است با:

$$200 + 100 = 300$$

جعبه شرطی ← جعبه انتقال

در صورت عدم استفاده از حافظه نانو، حجم حافظه ریزدستور برابر است با:

$$300 \times 300 = 90000 \text{ bit}$$

با استفاده از حافظه نانو، حجم حافظه ریز دستور برابر خواهد بود با:

$$300 \times 8 = 2400 \text{ bit}$$

تعداد بیت صرفه جویی شده برابر است با:

$$90000 - 2400 = 87600$$

۶۸- گزینه ۱ درست است.

اگر n تعداد دستورات، p تعداد پردازنده، f درصد برنامه قابل توازی سازی و T زمان اجرای هر دستور باشد:

$$S = \frac{nT}{\frac{fnT}{p} + (1-f)nT} = \frac{1}{\frac{f}{p} + (1-f)}$$

حال اگر قسمت ترتیبی را با یک پایپ لاین ۴ طبقه اجرا کنیم، حداکثر تسریع این قسمت از برنامه ۴ خواهد شد.

$$S = \frac{1}{\frac{f}{p} + (1-f)} = \frac{1}{\frac{0.6}{2} + \frac{0.4}{4}} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

۶۹- گزینه ۳ درست است.

فیلد آدرس در حافظه نهان به صورت زیر است:

| | | |
|-------|-------|-------|
| ۸ bit | ۴ bit | ۴ bit |
|-------|-------|-------|

tag set word

آدرس های مراجعه به حافظه به دو دسته تقسیم می شوند. آدرس هایی که فیلد set آن ها C و آدرس هایی که فیلد set آن ها ۲ است.

| | ۱FC۴ | ۴FC۲ | ۳EC۱ | ۵DC۲ | ۱FC۵ | ۴FC۰ | ۶BCC | ۷۰C۲ |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| B _۰ | ۱F | ۱F | ۱F | ۱F | ۱F | ۱F | ۶B | ۶B |
| B _۱ | ↓ | ۴F | ۴F | ۴F | ۴F | ۴F | ۴F | ۷۰ |
| B _۲ | ↓ | ↓ | ۳E | ۳E | ۳E | ۳E | ۳E | ۳E |
| B _۳ | ↓ | ↓ | ↓ | ۵D | ۵D | ۵D | ۵D | ۵D |
| | miss | miss | miss | miss | hit | hit | miss | miss |
| | ۱FC۳ | ۴FCE | ۸۸CA | ۱FCA | | | | |
| B _۰ | ۶B | ۶B | ۸۸ | ۸۸ | | | | |
| B _۱ | ۷۰ | ۷۰ | ۷۰ | ۷۰ | | | | |
| B _۲ | ۱F | ۱F | ۱F | ۱F | | | | |
| B _۳ | ۵D | ۴F | ۴F | ۴F | | | | |
| | miss | miss | miss | hit | | | | |
| E۵۲۰ , A۳۲۰ , E۵۲F | ↓ | ↓ | ↓ | | | | | |
| | miss | miss | hit | | | | | |

تعداد hit ها برابر ۴ است.

۷۰- گزینه ۳ درست است.

$$S_{n+1} = (1 - \alpha)S_n + \alpha T_n$$

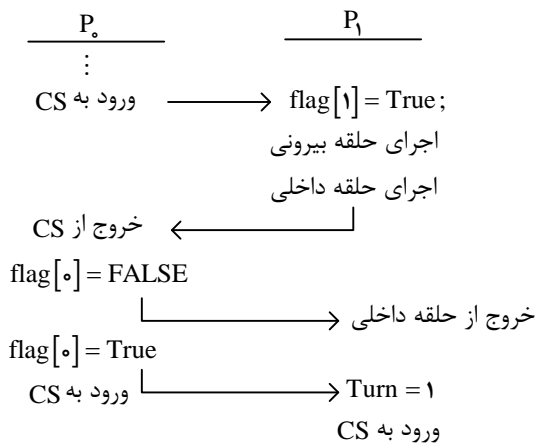
$$\boxed{S_1 = 88} \rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 = 88 \\ \alpha = \frac{1}{4} \end{array} \right\} \rightarrow S_2 = \frac{3}{4} \times 88 + \frac{1}{4} \times 24 = 72$$

$$S_3 = \left(\frac{3}{4} \times 72 \right) + \left(\frac{1}{4} \times 40 \right) = 64$$

$$S_4 = \left(\frac{3}{4} \times 64 \right) + \left(\frac{1}{4} \times 8 \right) = 50$$

۷۱- گزینه ۱ درست است.

با اجرای موارد زیر هر دو فرآیند P_0 و P_1 وارد ناحیه بحرانی می‌شوند و شرط انحصار متقابل نقض می‌شود.



۷۲- گزینه ۴ درست است.

$$\text{آدرس مجازی} = (312)_{16} = (\overset{s}{\overbrace{001}^s} \overset{p}{\overbrace{001}^p} \overset{d}{\overbrace{010}^d})_2$$

در قطعه شماره $3 = (11)_2$ به جدول صفحه ۴ می‌رویم زیرا $4 \times X$ دیده می‌شود. شماره صفحه نیز p برابر صفر است لذا ردیف شماره صفر در جدول شماره ۴ دارای مقدار $17 \times X$ می‌باشد که در کنار مقدار جابجایی آدرس فیزیکی را تشکیل می‌دهد.

$$(0X 17 = (0001 \ 0111)_2)$$

$$\text{آدرس فیزیکی} = (\overset{s}{\overbrace{001}^s} \overset{p}{\overbrace{001}^p} \overset{d}{\overbrace{010}^d})_2 = (2F2)_H = \boxed{0X \ 2F2}$$

۷۳- گزینه ۲ درست است.

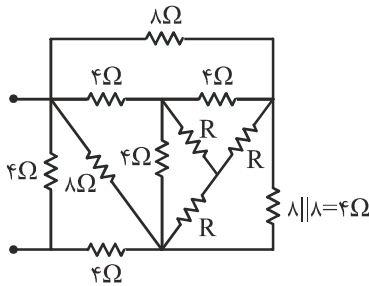
$$2^{16} = \text{تعداد ردیف جدول صفحه (PT)}$$

$$\Rightarrow \text{ماکزیمم اندازه جدول صفحه} = 2^{16} \times 4 = 2^{18} \rightarrow \boxed{256 \text{ kB}}$$

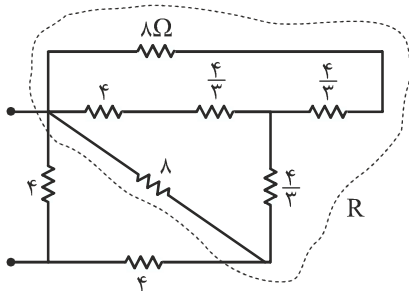
$$4 \text{ بایت} = \text{اندازه هر ردیف جدول صفحه}$$

دفترچه دوم

۷۴- گزینه ۲ درست است.



$$R = \frac{4 \times 4}{4 + 4 + 4} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \Omega$$



$$R = \left\{ \left[\left(4 + \frac{4}{3} \right) \parallel \left(8 + \frac{4}{3} \right) \right] + \frac{4}{3} \right\} \parallel 8 = \frac{104}{35}$$

$$R_{in} = (R + 4) \parallel 4 = \frac{61}{24} = 2/54 \Omega$$

۷۵- گزینه ۳ درست است.

$$V_C(\circ^-) = V_C(\circ^+) = 12V$$

$$i_L(\circ^-) = i_L(\circ^+) = 0$$

$$t > 0: \frac{V_o - 12}{400} + i_o + 1/25 \times 10^{-6} \frac{dV_o}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$1/25 \times 10^{-6} \frac{dV_o}{dt} \bigg|_{t=0} = 0 \Rightarrow \frac{dV_o}{dt} \bigg|_{t=0} = 0$$

$$V_o = 1/25 \frac{di_o}{dt} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} i_o = -1/25 \times 10^{-6} \frac{dV_o}{dt} - \frac{V_o - 12}{400} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} V_o = 1/25 \frac{d}{dt} \left(-1/25 \times 10^{-6} \frac{dV_o}{dt} - \frac{V_o - 12}{400} \right)$$

$$1/5625 \times 10^{-6} S^2 + \frac{1/25}{400} S + 1 = 0 \Rightarrow S_1 = -1600, S_2 = -400$$

$$V_o = k_1 e^{-1600t} + k_2 e^{-400t} \xrightarrow{t=0} 12 = k_1 + k_2 \rightarrow k_1 = -4$$

$$\frac{dV_o}{dt} = -1600 k_1 e^{-1600t} - 400 k_2 e^{-400t} \xrightarrow{t=0} k_2 = 4 k_1 \rightarrow k_2 = 16$$

$$V_o(t) = -4e^{-1600t} + 16e^{-400t}$$

۷۶- گزینه ۴ درست است.

مقادیر را بر حسب k می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= 1 + j \\ s_2 &= 5 + j10 \\ s_3 &= 1 - j5 \end{aligned} \right\} S_L = S_1 + S_2 + S_3 = 7 + j6$$

$$S_s = V_s I_s^* \rightarrow |S_s| = |V_s| |I_s| = 10 \text{ KVA}$$

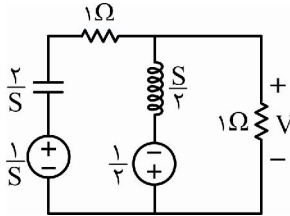
$$S_R = P_R$$

$$S_s = (P_R + 7) + j6 \Rightarrow |S_s|^2 = (P_R + 7)^2 + 6^2 = 100$$

$$P_R = 1 - 0 = 1 \text{ kWatt}$$

$$P_R = R |I_{rms}|^2 \Rightarrow R = \frac{1000}{400} = 2.5 \Omega$$

۷۷- گزینه ۳ درست است.



$$\frac{V - \frac{1}{S}}{1 + \frac{2}{S}} + \frac{V - \left(-\frac{1}{2}\right)}{\frac{S}{2}} + \frac{V}{1} = 0$$

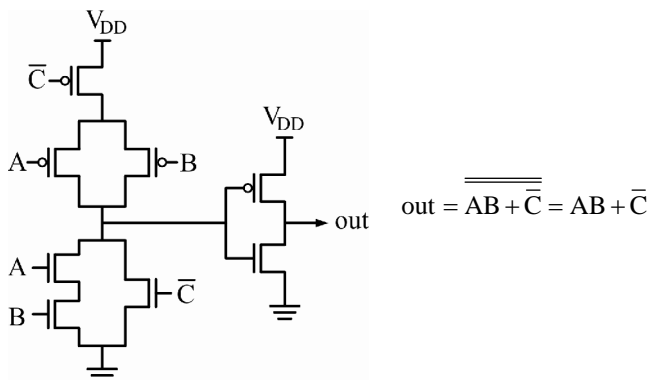
$$\frac{SV - 1}{S + 2} + \frac{2V + 1}{S} + V = 0 \Rightarrow V = \frac{-1}{S^2 + 2S + 2} = \frac{-1}{(S+1)^2 + 1} \rightarrow V(t) = -e^{-t} \sin t$$

۷۸- گزینه ۲ درست است.

مدار شکل ۲ دارای glitch هایی خواهد بود که باعث افزایش مصرف توان آن نسبت به مدار شکل یک خواهد شد که مسیرهایی با تأخیر متعادل تری دارد.

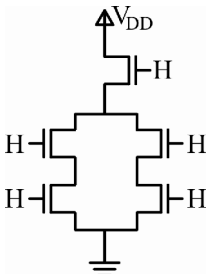
۷۹- گزینه ۱ درست است.

دو ترانزیستور nmos با ورودی‌های A و B موازی و سپس سری با یک ترانزیستور nmos با ورودی C می‌باشند و همان‌طور که در شکل مشخص است خروجی مدار اول به یک وارونگر CMOS متصل است.



۸۰- گزینه ۲ درست است.

برای محاسبه $\frac{W}{L}$ معادل، فقط ترانزیستورهایی که بر روی مسیرهای فعال مابین out و زمین قرار گرفته‌اند را باید در نظر بگیریم. پس شکل صورت سؤال به شکل زیر خلاصه می‌شود:



برای محاسبه $\frac{W}{L}$ معادل، ابتدا $\frac{L}{W}$ معادل را محاسبه می‌کنیم و سپس آن را معکوس می‌کنیم. رفتار $\frac{L}{W}$ مشابه ساختارهای مقاومتی می‌باشد لذا:

$$\left(\frac{L}{W}\right)_{\text{معادل}} = \frac{L}{W} + \left[\left(\frac{L}{W} + \frac{L}{W}\right) \parallel \left(\frac{L}{W} + \frac{L}{W}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{3} + \left[\frac{2}{3} \parallel \frac{2}{3}\right] = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{W}{L} \right)_{\text{معادل}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

۸۱- گزینه ۳ درست است.

مدار نشان داده شده در شکل مدار $ABC + D(E + F)$ با منطق دینامیک Cmos می باشد و دارای مشکل تقسیم بار و پشت سر هم بستن نیز می باشد.

۸۲- گزینه ۴ درست است.

به ازای ولتاژهای ۳ و ۵ ولت رابطه اشباع برقرار است و چون رابطه اشباع مستقل از V_{ds} می باشد پس به ازای این دو ولتاژ جریان یکسانی خواهیم داشت لذا گزینه «۴» درست است. اگر جریان را محاسبه کنیم برابر $740 \mu A$ خواهد بود.

۸۳- گزینه ۲ درست است.

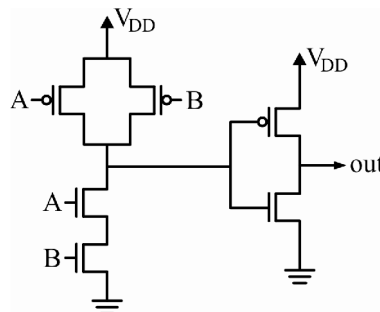
یک عامل مهم در توان مصرفی دینامیک Switching activity مدار می باشد. در یک سؤال حالتی که در آن تغییر از ۱ به ۰ یا از ۰ به ۱ بیش تر باشد، توان مصرفی دینامیک بیش تری دارد لذا گزینه «۲» درست است.

۸۴- گزینه ۲ درست است.

ابتدا مدار را ساده می کنیم و سپس تعداد ترانزیستورهای مورد نیاز را محاسبه می کنیم.

$$\text{out} = (AB + \bar{A}\bar{B})(A + B) = AAB + A\bar{A}\bar{B} + BAB + B\bar{A}\bar{B}$$

$$\Rightarrow \text{out} = AB$$



یک مدار AND دو ورودی را با حداقل ۶ ترانزیستور Mos می توان پیاده سازی کرد.

۸۵- گزینه ۳ درست است.

خروجی مدارهای Bicmos در حالت Low برابر $V_{CE(sat)}$ و در حالت high نیز کم ترین ولتاژ بالایی که توسط مدار ارائه می شود $V_{dd} - V_{BE}$ است.

۸۶- گزینه ۲ درست است.

مدولاسیون QAM از ترکیب ASK و PSK ایجاد می شود. این مدولاسیون از دوفاز و دودامنه مختلف استفاده می کند.

۸۷- گزینه ۲ درست است.

طبق رابطه شانون داریم:

$$C = B \log_2(1 + \text{SNR})$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \text{SNR} \Rightarrow 30 = 10 \log_{10} \text{SNR} \Rightarrow \text{SNR} = 1000, \quad C = 4/5 \text{ MHz} \times \log_2(1 + 1000) \Rightarrow C \approx 45 \text{ Mbps}$$

۸۸- گزینه ۴ درست است.

با رابطه زیر ابتدا فاصله همینگ را به دست می آوریم:

$$d_{\min} = 7 \Rightarrow d_{\min} - 1 = 6 \Rightarrow d_{\min} - 1 = \text{تعداد تشخیص}$$

طبق رابطه زیر تعداد خطایی که قابل تصحیح است به دست می آید:

$$\text{تعداد تصحیح} = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{7 - 1}{2} \right\rfloor = 3$$

۸۹- گزینه ۱ درست است.

بهره‌وری روش selective reject از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{(1-p)w}{1+2a}$$

با توجه به داده‌های مسأله داریم:

$$a = \frac{t_{prop}}{t_{frame}} = \frac{100}{25} = 4$$

$$U = 0.6 = \frac{(1-0.1)w}{1+2 \times 4} \Rightarrow w = 6$$

دروس تخصصی نرم‌افزار (کامپایلر، زبان‌های برنامه‌سازی، طراحی الگوریتم، پایگاه داده)

۹۰- گزینه ۲ درست است.

$$\text{Loc } A[i, j] = \text{base} + (i - Lb_1)(Ub_2 - Lb_2 + 1) * E + (j - Lb_2) * E$$

$$\text{Loc } A[0, 0] = 3000 + (0 - (-3))(20 - 5 + 1) * 6 + (0 - 5) * 6 = 3000 + (3)(24) * 6 + (-30) = 3402$$

حال:

$$\text{Loc } A[i, j] = \text{base} + (i - Lb_1)(Ub_2 - Lb_2 + 1) * E + (j - Lb_2) * E$$

اگر $Ub_2 - Lb_2 + 1$ بگیریم a (چون همیشه ثابت است)

$$\text{Loc } A[i, j] = \text{base} + (i - Lb_1)a * E + (j - Lb_2) * E$$

اگر $a * E$ بگیریم b

$$\text{Loc } A[i, j] = i * b + j * E + (\text{base} - Lb_1 * b - Lb_2 * E)$$

اگر $(\text{base} - Lb_1 * b - Lb_2 * E)$ بگیریم c

$$\text{Loc } A[i, j] = i * b + j * E + c$$

حالا برای این عبارت ۴ کد میانی تولید می‌کنیم:

$$t_0 = i * b$$

$$t_1 = j * E$$

$$t_2 = t_0 + t_1$$

$$t_3 = t_2 + c$$

۹۱- گزینه ۲ درست است.

| | f | d | g | (|) | \$ |
|----|--------|--------|--------|----------|-------|----|
| S' | | | | S' → S\$ | | |
| S | | | | S → (B) | | |
| B | B → AB | B → AB | B → AB | B → S | B → λ | |
| A | A → f | A → d | A → g | | | |

| | |
|-----------------------------|------------------------------|
| First(S')=(| Follow(S')= \$ |
| First(S)=(| Follow(S)= \$,) |
| First(B)= f , d , g , (, λ | Follow(B)=) |
| First(A)= f , d , g | Follow(A)= f , d , g , (,) |

۹۲- گزینه ۴ درست است.

این گرامر مبهم می‌باشد و توسط هیچ کدام از پارسرهای قابل تجزیه نیست. برای جمله $a + b + c$ دو درخت اشتقاق موجود است.

۹۳- گزینه ۴ درست است.

۹۴- گزینه ۴ درست است.

۹۵- گزینه ۳ درست است.

۹۶- گزینه ۱ درست است.

ابتدا $S = ۴$ و $P := ۵$ و $Z := ۳۴$ و $U := ۹$ می باشد.

بعد تابع $Q(P, Z) = (۵, ۳۴)$ صدا زده می شود. در داخل تابع مقدار p جایگزین x و مقدار Z جایگزین y می شود. درون تابع

$$F := -۶;$$

$$x := x + F = ۵ + (-۶) = -۱$$

$$y := x * F = -۱ * -۶ = ۶$$

در هنگام خروج از تابع تابع مقدار x جایگزین P و مقدار y جایگزین Z می شود.

$$P = -۱$$

$$Z = ۶$$

$$\text{Write}(S, P, U, Z) = ۴, -۱, ۹, ۶$$

۹۷- گزینه ۳ درست است.

عبارت $\Omega(f(n)) \cap O(f(n)) = \Theta(f(n))$ می باشد. ولی عبارت $b^{\log a} = a^{\log b}$ صحیح است. زیرا

$$2^{\log(n^2)} = \Theta(n^2)$$

۹۸- گزینه ۳ درست است.

طبق قضیه اساسی، برای $T(n) = ۴T\left(\frac{n}{۲}\right)$ پیچیدگی n^2 خواهیم داشت. یعنی حداقل پیچیدگی پاسخ $\Theta(n^2)$ است. پس مطمئناً تحت هیچ شرایطی پاسخ $T(n)$ از درجه کوچکتر از n^2 نخواهد بود.

$$f(n) = k \text{ ثابت} \Rightarrow T(n) = ۴T\left(\frac{n}{۲}\right) + k \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^2)$$

$$f(n) = n^2 \Rightarrow T(n) = ۴T\left(\frac{n}{۲}\right) + n^2 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^2 \log n)$$

$$f(n) = n^3 \Rightarrow T(n) = ۴T\left(\frac{n}{۲}\right) + n^3 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^3)$$

۹۹- گزینه ۱ درست است.

با توجه به این که در گزینه ها پاسخ دقیق (نه مرتبه اجرایی) آمده است، پس باید از تغییر متغیر $n = ۲^{2^k}$ استفاده کرده و با روش معادله مفسر مسئله را حل کنیم:

$$n = ۲^{2^k} \Leftrightarrow \log n = ۲^k \Leftrightarrow \log \log n = k$$

$$T(n) = ۴T(\sqrt{n}) + \log n$$

$$T(۲^{2^k}) = ۴T(۲^{2^{k-1}}) + ۲^k$$

$$g(k) = ۴g(k-1) + ۲^k$$

$$g(k) - ۴g(k-1) = ۲^k \Rightarrow (r-۴)(r-۲) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = ۴ \\ r_2 = ۲ \end{cases}$$

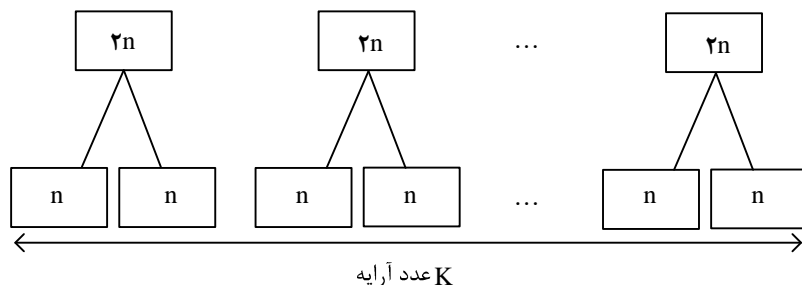
$$g(k) = c_1 ۲^k + c_2 ۴^k \Rightarrow T(۲^{2^k}) = T(n) = c_1 \log n + c_2 \log^2 n \dots$$

برای یافتن ضرایب c_1 و c_2 از مقادیر اولیه استفاده می کنیم. ولی چون دو ضریب داریم، پس دو معادله لازم است. پس ابتدا $T(۴)$ را به این صورت: $T(۴) = ۴T(\sqrt{۴}) + \log(۴) = ۴ \times 0 + ۲ = ۲$ محاسبه می کنیم.

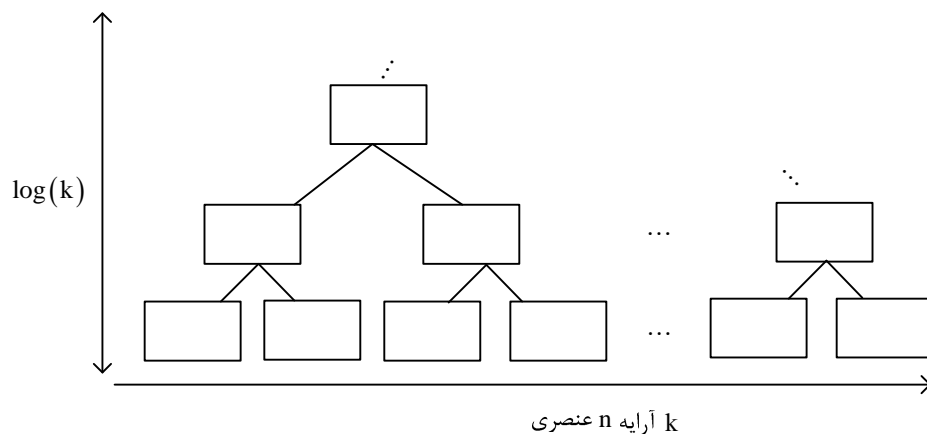
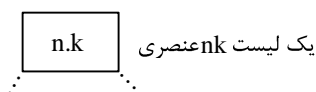
$$\begin{aligned} T(2) &= c_1 + c_2 = 0 \\ T(4) &= 2c_1 + 4c_2 = 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = -1 \\ c_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow T(n) = \log^2(n) - \log(n)$$

۱۰۰- گزینه ۴ درست است.

در گام اول k عدد آرایه را کنار هم چیده و دو به دو آن‌ها را با هم ادغام می‌کنیم:



پس ما با اجرای حداکثر $2n$ مقایسه، هر دو لیست را با هم ادغام می‌کنیم. از طرفی $\frac{k}{4}$ لیست نیز حاصل شده است. پس تعداد کل مقایسه‌ها برابر $2n \cdot \frac{k}{4} = nk$ است. دسته‌های $2n$ عنصری را باز هم ادغام کرده و مجدداً با هزینه nk ، $\frac{k}{4}$ لیست با تعداد اعضای $4n$ خواهیم داشت که باز هم هزینه کل برابر nk است. اگر رویه فوق را $\lg k$ مرتبه اجرا کنیم، به یک لیست nk عنصری خواهیم رسید. پس کل هزینه از درجه $\theta(n \cdot k \cdot \lg k)$ است.



۱۰۱- گزینه ۲ درست است.

با دو بار استفاده از روش بلمن فورد می‌توان وجود دور منفی را با هزینه $O(V \cdot E)$ تشخیص داد. در گراف‌های خلوت چون E به سمت V میل می‌کند، پس هزینه اجرای الگوریتم کراسکال $O(E \cdot \log V) = O(V \cdot \log V)$ است که از روش پریم مناسب‌تر است.

۱۰۲- گزینه ۳ درست است.

گزینه ۱ نادرست است زیرا در بدترین شرایط یک رابطه از درجه n دارای n کلید کاندید تک ستونی است که به تعداد $2^n - 1$ ابر کلید دارد و گزینه ۲ نادرست است زیرا کلیدهای کاندید یک رابطه ممکن است در چند ستون مشترک باشند و گزینه ۴ نادرست است زیرا کلید خارجی یک رابطه لزومی ندارد که بخشی از کلید کاندید آن رابطه باشد.

۱۰۳- گزینه ۴ درست است.

این دستور که مربوط به عملگر \propto (semi-join) است، زمانی صحیح است که فیلدهای c_1, c_2, \dots, c_m متعلق به جدول A باشد و شرط P روی ستونهای c_1, c_2, \dots, c_m تعریف شده باشد، لازم به ذکر است که عملگر \propto همانند پیوند طبیعی عمل می کند با این تفاوت که خروجی فقط شامل ستونهای جدول اول می باشد.

۱۰۴- گزینه ۱ درست است.

شرط HAVING داده شده بیانگر دریافت بیش از یک وام است. گزینه ۴ نیز نادرست است زیرا مشتریانی که تنها یک وام دارند در نظر گرفته می شوند.

۱۰۵- گزینه ۲ درست است.

گزینه ۱: چون $C \rightarrow E$ عضو مجموعه F است، بنابراین $CD \rightarrow E$ قابل استنتاج از این مجموعه است.

گزینه ۳: از $C \rightarrow E$ و $E \rightarrow A$ طبق قانون تعدی $C \rightarrow A$ قابل استنتاج است.

گزینه ۴: براساس قانون افزایشی و با توجه به وابستگی $E \rightarrow A$ می توان $CE \rightarrow AC$ را به دست آورد.

اما گزینه دوم قابل استنتاج نیست، زیرا طبق $BC \rightarrow AD$ برای به دست آوردن AD به B و C به صورت همزمان نیاز داریم، از آنجا مطابق مجموعه داده شده که E نمی تواند C را بدهد پس گزینه دوم قابل استنتاج از مجموعه داده شده نیست.

دروس تخصصی هوش مصنوعی (مدارهای الکتریکی، طراحی الگوریتم ها، هوش مصنوعی)

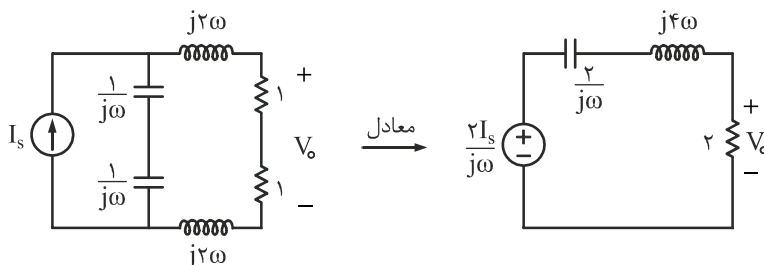
۱۰۶- گزینه ۳ درست است.

$$\text{KVL: } -V_1 + 3V_r - 3V_1 + V_r = 0 \rightarrow V_1 = V_r$$

$$\text{KCL: } V_r + 3i_1 + i_1 = 3V_r \rightarrow 4i_1 = 2V_r = 2V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{i_1} = 2\Omega$$

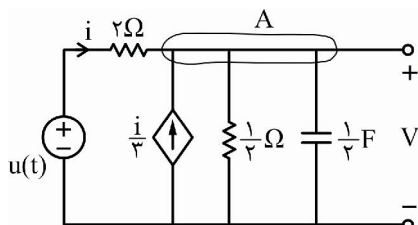
۱۰۷- گزینه ۲ درست است.

بخار تقارن مدار، از مقاومت ۲ اهمی جریان عبور نمی کند.



$$V_o = \frac{2}{\frac{2}{j\omega} + j4\omega + 2} \left(\frac{2I_s}{j\omega} \right) \Rightarrow \frac{V_o}{I_s} = \frac{2}{1 - 2\omega^2 + j\omega}$$

۱۰۸- گزینه ۳ درست است.



$$V_A = V$$

$$\rightarrow i = \frac{u(t) - V}{2}$$

$$\text{KCL: } \frac{V - u(t)}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{u(t) - V}{2} \right) + \frac{V}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} \frac{dV}{dt} = 0$$

$$\rightarrow 3 \frac{dV}{dt} + 16V = 4u(t) \rightarrow V(t) = \left(\underbrace{k_1 e^{-\frac{16}{3}t}}_{\text{پاسخ عمومی}} + \underbrace{k_2}_{\text{پاسخ خصوصی}} \right) u(t)$$



جایگذاری پاسخ خصوصی در معادله

$$\rightarrow 0 + 16k_2 = 4 \Rightarrow k_2 = \frac{1}{4}$$

چون می‌خواهیم پاسخ پله را حساب کنیم لذا حالت اولیه صفر است:

$$V(0) = V_c(0) = 0 \Rightarrow k_1 + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow k_1 = -\frac{1}{4}$$

$$V(t) = \frac{1}{4} \left(1 - e^{-\frac{16}{3}t} \right) u(t)$$

۱۰۹- گزینه ۱ درست است.

$$Y(s) = H(s) \times X(s) = \frac{1}{(s+2)^2} \cdot \frac{s+2}{(s+2)^2 + 1} = \frac{1}{(s+2)((s+2)^2 + 1)}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{s+2}{(s+2)^2 + 1} \Rightarrow y(t) = e^{-2t} - e^{-2t} \cos t \quad t > 0$$

۱۱۰- گزینه ۱ درست است.

(الف) با توجه به داده‌های مسئله ترتیب پیچیدگی توابع به صورت $G(n) > F(n) > H(n)$ است.

پس مجموع توابع $H(n)$ و $G(n)$ طبق اصل ماکزیمم‌گیری هم درجه تابع $G(n)$ است. چون $F(n) \in O(G(n))$ است، پس $G(n) \in \Omega(F(n))$ می‌باشد.

(ب) طبق بخش دوم قضیه اساسی به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 3n$$

$$\left. \begin{array}{l} a=2 \\ b=2 \\ F(n)=3n \end{array} \right\} \Rightarrow T(n) = \theta(n \log n)$$

از طرفی $\log(n^2) = 2 \log n$ ، پس $T(n) = O(n \log(n^2))$ نیز صحیح است.

۱۱۱- گزینه ۲ درست است.

در این قطعه کد حلقه خارجی $n-4$ مرتبه اجرا می‌شود ($\text{for}(i)$). حلقه میانی ۵ مرتبه اجرا خواهد شد و حلقه داخلی هم ۱، ۲، ... و ۵ مرتبه اجرا می‌شود. پس در کل تعداد دفعات اجرا از مرتبه $\theta(n)$ است.

۱۱۲- گزینه ۴ درست است.

طبق قضیه اساسی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a=4 \\ b=2 \end{array} \right\} \Rightarrow n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2$$

$$f(n) = n^2 \sqrt{n}$$

چون $n^{\log_b a} \in O(f(n))$ است، پس $T(n) \in \theta(n^2 \sqrt{n})$ می‌باشد.

۱۱۳- گزینه ۳ درست است.

همانطور که می‌دانیم در این ماتریس $M[i, j]$ برابر است با حداقل تعداد ضرب‌های لازم برای ضرب ماتریس‌های M_1, \dots, M_j . پس $M[1, 2]$ تعداد ضرب‌های لازم برای ضرب دو ماتریس $M_1 \times M_2$ است. اگر این ماتریس‌ها را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$M_1 : d_0 \times d_1$$

$$M_2 : d_1 \times d_2$$

$$M_3 : d_2 \times d_3$$

$$M_4 : d_3 \times d_4$$



از طرفی تعداد ضرب‌های موردنیاز برای محاسبه $M_1 \times M_2$ برابر است با $d_0 \times d_1 \times d_2$ پس:

$$M_1 \times M_2 : d_0 d_1 d_2 = 10 \times d_1 d_2 = 3000 \Rightarrow d_1 d_2 = 300$$

$$M_2 \times M_3 = d_1 d_2 d_3 = \cancel{(d_1 d_2)} \times d_3 = 5400 \Rightarrow d_3 = 18$$

حال برای محاسبه $M_1 M_2 M_3$ دو حالت زیر را در نظر گرفته و بررسی می‌کنیم که کدام حالت صحیح است:

$$M_1 M_2 M_3 \rightarrow (M_1 M_2) M_3 \Rightarrow \text{تعداد ضرب‌ها} : d_0 d_1 d_2 + d_0 d_2 d_3 = 3000 + 180 d_2 = 6600$$

$$\Rightarrow 180 d_2 = 3600 \Rightarrow \boxed{d_2 = 20} \checkmark$$

$$\rightarrow M_1 (M_2 M_3) \Rightarrow \text{تعداد ضرب‌ها} : d_0 d_1 d_2 + d_1 d_2 d_3 = 180 d_1 + 5400 = 6600$$

$$\Rightarrow 180 d_1 = 1200 \Rightarrow \boxed{d_1 = 6/6} \times \text{غقی}$$

$$d_1 d_2 = 300 \Rightarrow 20 d_1 = 300 \Rightarrow \boxed{d_1 = 15}$$

حال به محاسبه ابعاد دیگر ماتریس‌ها می‌پردازیم:

$$M_2 \times M_3 \Rightarrow \text{تعداد ضرب‌ها} = d_2 d_3 d_4 = 20 \times 18 \times d_4 = 4200 \Rightarrow \boxed{d_4 = 12}$$

پس با بررسی حالات مختلف ترکیب بهینه ضرب ماتریس‌ها به صورت زیر است:

$$((M_1 M_2) M_3) M_4$$

۱۱۴- گزینه ۱ درست است.

چون هدف اتصال تمامی شهرها به یکدیگر است، می‌توان جدول فواصل را به عنوان یک گراف وزن‌دار در نظر گرفت که باید از روی آن یک درخت پوشای کمینه را بسازیم. از بین روش‌های پریم و کراسکال نیز چون این گراف یک گراف نسبتاً شلوغ است، پس روش پریم

مناسب‌تر است. در این گراف $V = 8$ است، پس گراف پر دارای $\frac{V(V-1)}{2} = 28$ یال خواهد بود. از طرفی گراف در خلوت‌ترین حالت

دارای $V-1 = 8-1 = 7$ یال است. پس چون تعداد یال‌های این گراف برابر ۲۰ عدد است، یعنی گراف شلوغ است.

۱۱۵- گزینه ۴ درست است.

الف) چون تمام یال‌ها دارای وزن یکسان هستند، پس با الگوریتم BFS می‌توان در زمان $O(V+E)$ درخت پوشای کمینه را محاسبه کرد. از طرفی چون در گراف‌های همبند رابطه $E \geq V-1$ همواره برقرار است پس این کار را در $O(E)$ می‌توان انجام داد.

ب) این درخت را می‌توان به همان روال ساختن درخت پوشای کمینه ساخت. با این تفاوت که در هر گام اولویت انتخاب یال‌ها با یال‌های با وزن‌های بزرگ‌تر باشد.

۱۱۶- گزینه ۴ درست است.

روش جستجوی بهینه برای Graph search عبارت است از: جستجو با هزینه یکنواخت (یا همان BFS با هزینه یکسان در هر مرحله). توجه کنید که روش IDS ممکن است به یک راه حل suboptimal برسد؛ بنابراین الزاماً بهینه نمی‌باشد.

۱۱۷- گزینه ۲ درست است.

شکل صحیح ویژگی‌های این دو محیط را در زیر مشاهده می‌نمایید:

ربات فوتبالیست: نیمه مشاهده‌پذیر، تصادفی، پی‌درپی، پویا، پیوسته، چند عامله

خرید کتاب اینترنتی: نیمه مشاهده‌پذیر، قطعی، پی‌درپی، ایستا، گسسته، تک عامله

۱۱۸- گزینه ۳ درست است.

به داده‌های جدول زیر احتیاج داریم. توجه کنید که $P(A) = 1 - P(\neg A) = 1 - 0/2 = 0/8$

| بیماری A | $P(A=T) = 0/8$ | | | | | | |
|------------------|---|------|--------|---|-------|---|-------|
| نتیجه آزمایش (R) | <table> <tr> <th>P(A)</th><th>P(R=T)</th></tr> <tr> <td>T</td><td>$0/7$</td></tr> <tr> <td>F</td><td>$0/3$</td></tr> </table> | P(A) | P(R=T) | T | $0/7$ | F | $0/3$ |
| P(A) | P(R=T) | | | | | | |
| T | $0/7$ | | | | | | |
| F | $0/3$ | | | | | | |



باید مسأله را با استفاده از رابطه زیر حل نماییم:

$$P(A|R) = \frac{P(A)}{P(R)} \times P(R|A) = \frac{P(A)}{P(R|A) \times P(A) + P(R|\neg A) \times P(\neg A)} \times P(R|A)$$

که برای این مسأله به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P(A|\neg R) = \frac{P(A)}{P(\neg R)} \times P(\neg R|A) = \frac{P(A)}{P(\neg R|A) \times P(A) + P(\neg R|\neg A) \times P(\neg A)} \times P(\neg R|A)$$

$$P(A|\neg R) = \frac{0/8}{0/3 \times 0/8 + 0/7 \times 0/2} \times 0/3 = 0/63$$

توجه کنید که داریم:

$$P(\neg R|A) = 1 - P(R|A) = 0/3$$

$$P(\neg R|\neg A) = 1 - P(R|\neg A) = 0/7$$

۱۱۹- گزینه ۳ درست است.

نتیجه تصمیم‌گیری‌های عامل مبتنی بر دانش به هیچ وجه به نحوه پیاده‌سازی دانش در داخل عامل مبتنی بر دانش وابسته نیست. ار آنجا که عامل با حالت داخلی قادر به استدلال کردن نیست، در محیط‌های جدید به خوبی عامل مبتنی بر دانش عمل نمی‌کند؛ چراکه عامل با حالت داخلی تنها می‌تواند از بین حالت‌های دیده شده و ثبت شده در پایگاه دانش خود یکی را انتخاب کند ولی عامل مبتنی بر دانش می‌تواند با استفاده از روش‌های استدلالی و پایگاه دانش خود، تصمیم‌های منطقی اتخاذ نماید. ساختار و رفتار عامل‌های مبتنی بر دانش و عامل با حالت داخلی با هم تفاوت دارند. توجه کنید که منطقی بودن یک عامل به الزاماً به معنای صحیح بودن تصمیم‌های آن نیست.

۱۲۰- گزینه ۴ درست است.

همه عبارت‌های مطرح شده صحیح هستند.

۱۲۱- گزینه ۲ درست است.

گزینه ۱: این جمله در کل اشتباه است چراکه نمی‌توان از resolution برای تولید همه نتایج منطقی از KB استفاده کرد؛ resolution تنها می‌تواند تعیین نماید که یک جمله خاص از KB استنتاج می‌شود یا خیر. گزینه ۳: نظریه "ground resolution": الگوریتم resolution در منطق گزاره‌ای یک الگوریتم کامل است. (پس این عبارت تعریف ground resolution theorem بوده است.)